

Version: Dutch

Tweede dag  
Donderdag 26 juli 2007

**Opgave 4.** Gegeven is een driehoek  $ABC$ . De bissectrice van hoek  $BCA$  snijdt de omgeschreven cirkel van driehoek  $ABC$  in het punt  $R$  ( $R \neq C$ ), de middelloodlijn van de zijde  $BC$  in het punt  $P$  en de middelloodlijn van de zijde  $AC$  in het punt  $Q$ . Het midden van  $BC$  is  $K$  en het midden van  $AC$  is  $L$ .

Bewijs dat de driehoeken  $RPK$  en  $RQL$  dezelfde oppervlakte hebben.

**Opgave 5.** Laat  $a$  en  $b$  gehele getallen zijn,  $a, b > 0$ , zodanig dat  $4ab - 1$  een deler is van  $(4a^2 - 1)^2$ .

Bewijs dat  $a = b$ .

**Opgave 6.** Laat  $n$  een geheel getal zijn,  $n > 0$ . Beschouw

$$S = \{ (x, y, z) \mid x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0 \}$$

als een verzameling van  $(n + 1)^3 - 1$  punten in de driedimensionale ruimte.

Bepaal het kleinst mogelijke aantal vlakken zodanig dat deze vlakken samen wel alle punten van  $S$  bevatten, maar niet het punt  $(0, 0, 0)$ .

*Beschikbare tijd:  $4\frac{1}{2}$  uur  
Voor iedere opgave maximaal 7 punten*