

13 juli 2006

Opgave 4. Bepaal alle paren gehele getallen (x, y) zodanig dat

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Opgave 5. Zij $P(x)$ een polynoom (veelterm) van graad $n > 1$ met gehele coëfficiënten en zij k een positief geheel getal ($k > 0$). Beschouw het polynoom

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

waarin P precies k keer voorkomt.

Bewijs dat er ten hoogste n gehele getallen t zijn zodanig dat $Q(t) = t$.

Opgave 6. Zij P een convexe veelhoek. Aan elke zijde b van P wordt de maximale oppervlakte toegekend van een driehoek die b als een zijde heeft en bevat is in P .

Bewijs dat de som van alle oppervlaktes die zijn toegekend aan de zijden van P ten minste tweemaal zo groot is als de oppervlakte van P .

*Beschikbare tijd: $4\frac{1}{2}$ uur
Voor iedere opgave maximaal 7 punten*