



Opgaven voor de eerste ronde
vrijdag 26 januari 2007
beschikbare tijd: 120 minuten

Lees voor je begint het volgende:

- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoord-formulier de letter aan waarachter het goede antwoord staat. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten.
- Bij de B-vragen moet je een getal als antwoord geven. Voor een juist antwoord krijg je 5 punten. Werk rustig en nauwkeurig; een rekenfout kan veroorzaken dat je oplossing helemaal fout wordt gerekend.

LET OP! Geef je antwoorden in exacte vorm, zoals bijvoorbeeld: $\frac{17}{81}$, $2 + \sqrt{3}$.

- Het is een wedstrijd en geen examen. Daarom is het te verwachten dat maar weinigen alle antwoorden goed zullen hebben. Maak je dus niet ongerust als je maar een deel van de opgaven hebt opgelost.
- Het gaat er om dat je plezier hebt in het werken aan ongewone wiskundeopgaven.
- Het gebruik van formulekaarten, rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen is niet toegestaan.

A1. Het getal M bestaat uit 2007 enen achter elkaar geschreven, $M = 111 \dots 111$.
Wat is de som van de cijfers van het getal dat je krijgt als je M vermenigvuldigt met 2007?
(A) 2007 (B) 18036 (C) 18063 (D) 18084 (E) 4028049

A2. In de volgende rijtjes staan telkens dezelfde vijf getallen.
Welk van de vijf rijtjes is juist geordend?

- (A) $0,16 < \frac{1}{7} < \frac{13}{97} < \frac{17}{101} < \frac{5}{33}$
- (B) $\frac{17}{101} < 0,16 < \frac{1}{7} < \frac{5}{33} < \frac{13}{97}$
- (C) $\frac{1}{7} < 0,16 < \frac{5}{33} < \frac{17}{101} < \frac{13}{97}$
- (D) $\frac{5}{33} < \frac{1}{7} < \frac{13}{97} < \frac{17}{101} < 0,16$
- (E) $\frac{13}{97} < \frac{1}{7} < \frac{5}{33} < 0,16 < \frac{17}{101}$

A3. In de figuur staan negen roosterpunten. Hoeveel driehoeken kun je tekenen met de hoekpunten in drie van deze negen punten?

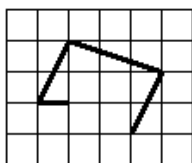


- (A) 76 (B) 84 (C) 92 (D) 496 (E) 504

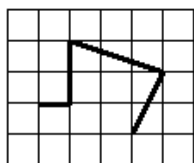
A4. Hoeveel paren (a,b) van positieve gehele getallen met $a + b < 100$ zijn er die voldoen aan de vergelijking: $a + \frac{1}{b} = 13 \times (b + \frac{1}{a})$?

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 13 (E) 28

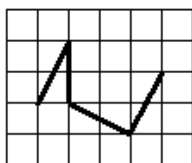
A5. Vijf roosterpunten zijn door vijf verschillende routes verbonden. Welke van de vijf routes is het kortst?



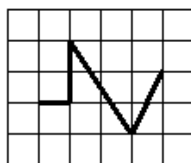
(A)



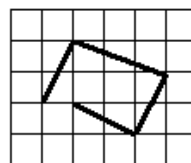
(B)



(C)



(D)



(E)

- A6. Een rij getallen wordt als volgt opgebouwd:
 Het eerste getal is 2. Het tweede getal is 2.
 Elk volgend getal is het product van zijn twee voorgangers.
 De rij wordt dus: 2, 2, 4, 8, 32, ...
 Op welk cijfer eindigt het 2007^e getal in deze rij?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

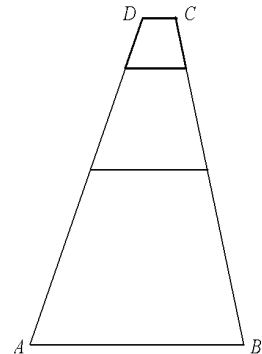
- A7. Heeft de vergelijking $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2007}$ een geheel getal als oplossing?

(A) ja, $n = 667$ (B) ja, $n = 669$ (C) ja, $n = 1003$ (D) ja, $n = 2006$ (E) nee

- A8. Negen stoelen staan in een rij achter een lange tafel. Zes leerlingen en drie leraren, de heer Aap, de heer Noot en mevrouw Mies, nemen plaats op deze stoelen. Eerst arriveren de drie leraren. Zij besluiten zo te gaan zitten dat elke leraar tussen twee leerlingen zit. Op hoeveel manieren kunnen de heer Aap, de heer Noot en mevrouw Mies hun stoelen kiezen?
 (A) 12 (B) 36 (C) 60 (D) 84 (E) 630

- B1. Nummer één kaartje met '1', twee kaartjes met '2', drie kaartjes met '3', ..., vijftig kaartjes met '50'. Stop al deze $1 + 2 + 3 + \dots + 50 = 1275$ kaartjes in een doos en schud ze goed door elkaar. Hoeveel kaartjes moet je ten minste uit de doos pakken om er zeker van te zijn dat je minimaal tien kaartjes met hetzelfde nummer hebt?

- B2. Gegeven is een vierhoek $ABCD$ met zijden $AB = 16$, $BC = 21$, $CD = 2$ en $DA = 28$. Verder is AB evenwijdig met CD . Twee lijnen die evenwijdig zijn met AB en CD verdelen vierhoek $ABCD$ in drie gelijkvormige vierhoeken. Bereken de omtrek van de kleinste van die drie vierhoeken.



- B3. Voor elk tweetal positieve gehele getallen a en b definiëren we een bewerking $a \otimes b$ met de volgende drie eigenschappen:

1. $a \otimes a = a + 2$
2. $a \otimes b = b \otimes a$
3. $\frac{a \otimes (a + b)}{a \otimes b} = \frac{a + b}{b}$

Bepaal $8 \otimes 5$.

- B4. Een vlag in de vorm van een gelijkzijdige driehoek is aan twee hoekpunten opgehangen aan de toppen van twee verticale palen. De ene paal heeft een lengte 4 en de andere paal een lengte 3. Verder is gegeven dat het derde hoekpunt van de vlag precies de grond raakt. Bepaal de lengte van de zijde van de vlag.

